

Joëlle Randriamiarana

# L'évaluation du risque $\beta$ par le filtre de Kalman: application aux marchés émergents

Communication présentée à la « 4th International Finance Conference », Hammamet, Tunisie, 15-17 mars 2007



## ■ Résumé

L'évaluation du coefficient  $\beta$  est incontournable en finance, de par son utilisation multiple, aussi bien par les gestionnaires de portefeuille que par les universitaires.

Cependant le caractère variable du coefficient rend difficile son estimation. De nombreux modèles ont été mis en œuvre dans ce cadre. Cette étude a pour objectif de mettre en exergue la pertinence de l'utilisation d'un modèle dynamique qu'est « le filtre de Kalman » pour évaluer le risque systématique  $\beta$ .

Le choix du modèle est justifié, d'une part par son caractère optimal en tant qu'estimateur linéaire, et d'autre part, par les différentes possibilités de modélisation qu'il offre pour le coefficient  $\beta$ .

Notre étude s'applique sur les trois principales régions émergentes : l'Asie, l'Amérique latine et l'Europe de l'Est. Deux hypothèses sont testées : celle d'un choc ponctuel à effets transitoires qui se traduit par un retour vers la moyenne du coefficient  $\beta$ , et celle d'un choc indéfini à effets permanents dans laquelle le coefficient  $\beta$  suit une marche au hasard.

## ■ Abstract

*One of the principal criticism of the CAPM is related to the constancy of the systematic risk  $\beta$ . Though, assuming that  $\beta$  is time-varying, the difficulty exists in the estimation of the parameters. There is a variety of model which describes the time path of systematic risk. The fundamental question is about the choice of an appropriate method.*

*In these recent years, the Kalman Filter has become a useful tool in finance. In this study, we show the interest in pricing  $\beta$  with such model. It is applied to a sample of emerging markets in the period of time 1990-2005.*

*We make two hypotheses: in the first hypothesis, we assume that a shock has a transitory effect on volatility, the effect is temporary and there is a tendency of mean-reversion afterwards.*

*In the second assumption, the shock has a definitive consequence and the change of volatility is permanent, so in this second case, we conclude that Beta follows a random walk.*

## ■ Mots clés / Keywords

MEDAF, risque  $\beta$ , marchés émergents, filtre de Kalman / capital asset pricing model, systematic risk  $\beta$ , Kalman Filter.



# Sommaire

Introduction .....	5
1 La variabilité du coefficient $\beta$ .....	6
<hr/>	
1.1 Etudes sur la variabilité du coefficient $\beta$ .....	6
1.2 Tests de stabilité du coefficient $\beta$ .....	6
1.3 Les méthodes d'évaluation du risque $\beta$ sous l'hypothèse de sa variabilité .....	7
<hr/>	
2 La méthode du filtre de Kalman.....	8
<hr/>	
2.1 Utilisation du filtre de Kalman en finance .....	8
2.2 Formulation du modèle "espace d'états" .....	9
2.3 Représentation du modèle "espace d'états" dans le cadre du MEDAF .....	10
<hr/>	
3 Application de la méthode du filtre de Kalman aux trois régions émergentes.....	10
<hr/>	
3.1 Hypothèse d'un choc ponctuel à effets transitoires .....	10
3.2 Hypothèse d'un choc indéfini à effets permanents.....	12
<hr/>	
Conclusion .....	14
Bibliographie .....	15



## Introduction

L'intérêt suscité par le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) n'a cessé de croître depuis sa mise en œuvre par Sharpe en 1965. L'importance des études qui y sont consacrées nous le montre. Même si le MEDAF continue à être très utilisé aussi bien par les universitaires que par les professionnels de la gestion de portefeuille, de nombreuses critiques ont été émises à son égard. Elles concernent un certain nombre de points, entre autres les variables utilisées dans l'élaboration du modèle (choix du portefeuille de marché), les hypothèses sur lesquelles il se base, notamment celle de la constance du coefficient  $\beta$ .

En partant de cette dernière critique, nous proposons dans cette étude une estimation du coefficient  $\beta$  en supposant que ce dernier varie dans le temps. Le caractère variable du coefficient rend difficile son estimation. De nombreux modèles ont été mis en œuvre dans ce cadre. Notre étude a pour objectif de mettre en exergue la pertinence de l'utilisation d'un modèle dynamique qu'est « le filtre de Kalman » pour évaluer le risque systématique  $\beta$ . Elle concerne un échantillon de marchés émergents sur la période de 1990 à 1999.

Dans une première partie, sera analysé le contexte actuel qui justifie la variabilité du coefficient  $\beta$ , le filtre de Kalman sera présenté dans la deuxième partie ; l'application du modèle aux trois régions émergentes Asie, Amérique latine et Europe fera l'objet de la troisième partie.



---

# 1 La variabilité du coefficient $\beta$

## 1.1 Etudes sur la variabilité du coefficient $\beta$

Le MEDAF (Sharpe 1965) a révolutionné la finance moderne en donnant une expression simple de la rentabilité d'un titre en fonction du risque systématique  $\beta$  :

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \varepsilon_{it}$$

$R_{it}$  est la rentabilité d'un marché émergent représenté par l'indice de rentabilité IFCG,

$R_M$  est la rentabilité du marché mondial représenté par l'indice MSCI Monde,

$R_f$  représente un taux sans risque.

En quarante ans d'existence, son utilisation reste incontournable en finance. Notre intérêt s'est porté particulièrement sur le coefficient du modèle qu'est le risque  $\beta$ .

Même si de nombreuses études ont été consacrées à son évaluation, certaines questions continuent à se poser et de nombreuses pistes restent à explorer. La multitude des méthodes d'évaluation nous le confirme.

Le problème que nous évoquons dans notre étude est celui de la difficulté d'estimation du coefficient  $\beta$  et ce, dans la mesure où ce dernier varie dans le temps.

De nombreuses explications ont été apportées à cette instabilité du coefficient  $\beta$  :

- Scott et Brown (1980) soutiennent que cette erreur de mesure est attribuée à l'existence de deux catégories de  $\beta$  : un  $\beta$  théorique qui résulte d'une observation ex ante et un  $\beta$  empirique qui correspond à une observation ex post. Selon les auteurs, ce type d'erreur combiné avec l'existence d'autocorrélation des résidus rend instables les estimations des coefficients  $\beta$  même si ces derniers présentent une certaine stabilité.

- La deuxième explication qui serait la plus appropriée est celle qui justifie la variabilité du  $\beta$  par la fluidité des marchés. Ces derniers connaissent un changement permanent de leur comportement et de leur positionnement : les marchés « leader » aujourd'hui ont une forte probabilité de devenir « suiveurs » demain, et vice versa. Cette fluidité est encore plus marquée dans les pays émergents avec leur intégration croissante au marché régional et au marché mondial, les bouleversements qu'ils ont connus ces dernières années, en particulier la crise de 1997.

Longin et Solnik (1995) ont conclu à une augmentation des corrélations entre les rentabilités des marchés sur le long terme, un phénomène qui favorise les risques de contagion pendant les périodes de crises. Notons d'ailleurs que l'augmentation de la volatilité dans les périodes de crises est une nette illustration de la variabilité du risque, dont le risque  $\beta$  : études de Lee et Jeon (1992), Jang et Sul (2002).

Ainsi dans le contexte de mutation permanente des marchés financiers, il est devenu impossible de se tenir à l'hypothèse de constance du coefficient  $\beta$ .

Plusieurs tests ont été mis en œuvre pour vérifier cette instabilité. Ces tests ont donné des résultats contradictoires, dénotant ainsi la difficulté de leur mise en œuvre. Nous présentons ci-après le test de Jensen (1966) dont la conclusion est celle de la constance du  $\beta$  et en second lieu celui de Blume (1971, 1975) qui a abouti à un résultat différent.

## 1.2 Tests de stabilité du coefficient $\beta$

A l'origine, Jensen (1966) s'est posé la question de la méthode d'estimation du coefficient beta, le MEDAF dans sa version traditionnelle étant valable seulement sur une période.

---

L'auteur, pour tester la stabilité, a conclu que si le  $\beta$  est stable, il doit être le même quelle que soit la période. Il a de ce fait testé la stabilité en l'appliquant sur deux périodes : 1945-1954(1) et 1955-1964.

Jensen a conclu que les coefficients beta sur les deux périodes présentent une corrélation de 0.74. Il a donc conclu à la stabilité du coefficient. Avec le contexte actuel d'évolution permanente des marchés, ce résultat ne nous semble plus approprié.

Le test de Blume (1971, 1975)(2) n'a pas donné le même résultat. Il a observé un très grand nombre de titres mais dans un intervalle de temps plus court (7 ans). Il a conclu à une instabilité du coefficient  $\beta$  avec une tendance à converger vers sa moyenne entre les périodes. Blume a souligné que l'utilisation d'une période plus courte (deux ou trois ans) peut être source d'erreur dans la mesure du coefficient  $\beta$ .

Désormais, l'instabilité est devenue la règle, et la question est celle du choix d'une méthode appropriée pour mettre en œuvre un modèle dynamique qui tient compte de cette instabilité. Ce choix s'avère difficile aux vues du nombre important de méthodes d'évaluation : seules quelques unes seront citées dans notre étude.

### ***1.3 Les méthodes d'évaluation du risque $\beta$ sous l'hypothèse de sa variabilité***

Les différentes études théoriques et empiriques ont abouti à la conclusion de la variabilité des paramètres du MEDAF dans le temps, entraînant ainsi l'abandon progressif du modèle traditionnel et la mise en place d'une version conditionnelle du modèle. Dans cette dernière version, le coefficient  $\beta$  est évalué en tenant compte d'un certain nombre d'informations du passé. Les informations citées sont nombreuses, pour ne citer que quelques unes : la capitalisation boursière (Banz 1981), le PER (Basu 1983), le rendement en dividende (Fama et French 1988b),...

La méthode des moments généralisés (MMG) par l'utilisation des variables instrumentales a permis de tenir compte de ces différentes informations. Ce modèle non paramétrique permet en outre de contourner le problème lié à la distribution de probabilité des rentabilités : la méthode des moments généralisés a été utilisée par Harvey en 1989, pour tester les modèles d'évaluation d'actifs, sous l'hypothèse de variation des covariances conditionnelles dans le temps.

Outre la MMG, le modèle ARCH et ses différentes variantes ont été fortement utilisés en finance dans la modélisation conditionnelle : Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988), parmi les principaux initiateurs, ont conclu que la matrice de covariance des titres avec le marché varie dans le temps et est explicative de la rentabilité. Engle, Ng et Rotschild (1990) ont suggéré l'utilisation d'un modèle ARCH-factoriel pour étudier la relation dynamique entre les primes de risque des actifs et leur volatilité dans un système multivarié.

Ces différents modèles ont permis de modéliser soit la rentabilité pour la MMG, soit la volatilité des marchés pour le modèle ARCH, volatilité qui est supposée varier dans le temps.

Les modèles dynamiques peuvent être représentés par une forme générale connue sous la forme « espace d'états ». Elle a souvent été utilisée pour estimer certains modèles de régression linéaire tels que le modèle ARMA multivarié, le modèle de Markov(3) et le modèle à coefficients variables qui nous intéresse particulièrement.

---

<sup>1</sup> Le choix de l'intervalle de 10 ans est arbitraire.

<sup>2</sup> Blume a créé deux portefeuilles : un premier incluant les titres à faible  $\beta$  et un deuxième regroupant les titres à  $\beta$  élevé. Une moyenne de  $\beta$  a été déterminée ensuite pour chaque portefeuille. Par la suite, les  $\beta$  individuels sont calculés pour la période suivante, cette étape est suivie d'un nouveau regroupement. Un nouveau  $\beta$  moyen est calculé pour les deux nouveaux portefeuilles et ce, en utilisant les coefficients estimés dans la première période. Blume teste la stabilité du coefficient  $\beta$  en calculant le rang de la corrélation entre les  $\beta$  des portefeuilles sur quatre périodes.

<sup>3</sup> Processus markovien : les dynamiques futures des prix des actifs de base (actions, taux, matières premières, etc...) ne dépendent souvent que de leur valeur présente.

---

Cette méthode représente deux grands avantages : d'une part, elle permet de tenir compte de variables non prises en compte dans la représentation principale qui sont qualifiées de « variables d'état », d'autre part, elle a recours à un puissant algorithme qui est le filtre de Kalman. Ce dernier est le meilleur estimateur dans la classe des estimateurs linéaires.

Nous nous proposons d'utiliser le filtre de Kalman, qui permet, d'une part de scinder le risque  $\beta$  en partie fixe et variable, et d'autre part de l'évaluer conjointement avec la rentabilité.

La deuxième partie de notre étude sera consacrée à la présentation du modèle et les utilisations qui en sont faites en finance.

## 2 La méthode du filtre de Kalman

L'utilisation d'outils des autres disciplines est devenue de plus en plus fréquente en Finance. Bachelier (1900) a été l'initiateur de cette démarche en soutenant dans sa thèse de doctorat l'utilisation des mathématiques en Finance.

Le filtre de Kalman est un des outils de traitement du signal dans des domaines très variés, tels que les communications numériques, la géophysique, les disciplines biomédicales et le traitement de la parole. Il s'agit d'une méthode à la fois de prévision et de filtrage, créée par Kalman (1960) afin d'estimer l'état d'un système bruité.

L'utilisation du filtre de Kalman en finance est récente. Ses avantages sont multiples, celui qui nous a le plus interpellé est la possibilité qu'il donne, d'une part de décomposer le coefficient  $\beta$  en partie fixe et partie variable, et d'autre part, de modéliser le coefficient  $\beta$ , soit avec un retour vers la moyenne, soit avec une marche au hasard.

### 2.1 Utilisation du filtre de Kalman en finance

Le filtre de Kalman a été utilisé dans un certain nombre d'études pour analyser la variabilité des paramètres dans le temps : dans ce cadre, Carraro (1986) a fait une analyse comparative de la méthode de régression et de la méthode du filtre de Kalman ; Lii-Tarn et al. (2000) ont fait appel au modèle « espace d'état » ainsi qu'au filtre de Kalman pour étudier l'impact des bulles et de la variabilité des primes de risque sur les prix des titres. Ils ont conclu à la pertinence de la prime de risque dans l'explication des mouvements des titres.

Racicot et Théoret (2005) ont eu recours au filtre de Kalman pour prévoir deux variables financières : la volatilité des taux d'intérêt et de rendements boursiers et le rapport « cours - bénéfice » de l'indice S&P 500.

La forme « espace d'état » et l'algorithme du filtre de Kalman qui lui est associé, permettent donc de tenir compte de la variabilité des paramètres du modèle. Notons en outre que c'est un des rares modèles dans lequel la covariance (ou la pente de la régression) peut être présentée sous sa forme conditionnelle en la modélisant soit par un processus AR(1), soit par un processus de marche au hasard.

La première hypothèse donne la possibilité de décomposer le coefficient  $\beta$  en partie fixe et partie variable.

Le filtre de Kalman procure de nombreux avantages, de par son caractère optimal en tant qu'estimateur linéaire. Cependant, en tant que modèle dynamique, les difficultés sont liées à sa mise en œuvre : la première est celle de l'estimation d'une moyenne qui varie dans le temps. Les autres tiennent de l'impossibilité d'observer la variable  $\beta$  qui doit être estimée.

Avant d'appliquer le modèle au MEDAF, la formulation du modèle « espace d'états » est nécessaire.

## 2.2 Formulation du modèle « espace d'états »

Les modèles linéaires dynamiques (Time Series Dynamic Linear Models TSDLMs) proposés par West et Harrison (1997) font partie de la catégorie des modèles « espaces d'état » composés de deux équations : la première observée et la deuxième inobservée ou d'état.

Ils se définissent comme suit :

$$y_t = \mu_t + v_t,$$

$y_t$  est la variable observée,

$\mu_t$  est la variable inobservée, nommée « signal » qui dépend du paramètre  $\theta$  :  $\mu_t = F'\theta_t$  et

$$\theta_t = G\theta_{t-1} + \omega_t \quad (4)$$

Godolphin et Johnson (2003) ont montré que  $\mu_t$  peut être décomposé en plusieurs séries indépendantes de type ARMA ou ARIMA.

Certains processus multidimensionnels  $Y_t$ , ( $t \geq 0$ ) admettent une représentation « espace d'états » c'est à dire vérifient un système de deux équations : une équation d'état (équation de transition) et une équation observée du type :

$$\begin{cases} Y_t = C_t Z_t + \eta_t, & t \geq 0 \\ Z_{t+1} = A_t Z_t + \varepsilon_t, \end{cases}$$

Notons que le modèle de transition peut être présentée sous deux formes, soit  $Z_{t+1} = A_t Z_t + \varepsilon_t$ , soit  $Z_t = A_t Z_{t-1} + \varepsilon_t$ . La préférence pour l'une ou l'autre méthode peut être justifiée par la périodicité des données. Ainsi, dans le système économique, la première est utilisée dans le cas de données journalières ou hebdomadaires, tandis que la deuxième est préférée pour les données mensuelles, trimestrielles ou annuelles. Nous adopterons en conséquence la deuxième méthode qui exprime la valeur actuelle de Z en fonction de sa valeur passée.

La première équation ou « équation observée » donne l'expression du vecteur  $Y_t$  des « observations », des « mesures » ou des « outputs » à la date t.  $Y_t$  est un vecteur observable. Le vecteur aléatoire  $\eta_t$  est le vecteur des erreurs de mesures ou bruit à la date t. Il est inobservable.

La deuxième équation, celle de  $Z_{t+1}$  est dite « équation de transition », le vecteur  $Z_t$  est l'état. Il est totalement ou partiellement inobservable. Le vecteur aléatoire  $\varepsilon_t$  correspondant à l'équation de transition est le vecteur des innovations.

$\begin{Bmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix}$  est un bruit blanc anormal,  $Z_t$  un vecteur aléatoire appelé « état » et  $A_t$  et  $C_t$  sont des matrices déterministes, la première est dite « de mesure » et la seconde « de transition ».

<sup>4</sup>  $v_t$  et  $\omega_t$  suivent une loi normale.

---

En appliquant le modèle à l'évaluation des actifs financiers, la représentation est la suivante :

### 2.3 Représentation du modèle « espace d'états » dans le cadre du MEDAF

Notre étude s'applique aux trois principales régions émergentes : l'Asie, l'Amérique latine et l'Europe de l'Est, représentés par les indices de rentabilité IFCG de Standard and Poor's. Pour représenter le marché mondial, il a été fait appel à l'indice de rentabilité MSCI.

Dans la première hypothèse H1, on suppose que le coefficient  $\beta$  est scindé en deux parties, une partie fixe et une partie variable qui suit un processus autorégressif d'ordre 1 AR(1) ; tandis que dans la deuxième hypothèse H2, le coefficient  $\beta$  n'est constitué que d'une partie variable qui suit un processus de marche au hasard.

Dans le cas où la valeur observée du coefficient  $\beta$  au temps  $t$  est largement différente de sa moyenne  $\bar{\beta}$ , deux explications sont avancées :

- Des forces inconnues ont été appliquées au système, causant une déviation importante mais temporaire avec une tendance à converger vers la moyenne. Cette situation est donnée par l'hypothèse H1 : cas d'un choc ponctuel à effets transitoires ;

- La moyenne  $\beta_t$  a changé et le changement est de nature permanente, ce qui correspond à l'hypothèse H2 : cas d'un choc indéfini à effets permanents. Dans ce cas, le système prendra du temps pour s'ajuster.

Nous allons dans la dernière partie de notre travail, donner les résultats des deux hypothèses H1 et H2 dans le cadre de l'application du modèle aux trois régions émergentes.

## 3 Application de la méthode du filtre de Kalman aux trois régions émergentes

En appliquant les deux hypothèses sur un échantillon de marchés émergents qui appartiennent aux trois régions : Amérique latine, Asie du Sud Est et Europe, nous obtenons des résultats diversifiés.

### 3.1 Hypothèse d'un choc ponctuel à effets transitoires

En considérant  $R_{it}$  la rentabilité d'un marché  $i$  représenté par l'indice de marché, et  $R_{Mt}$  la rentabilité du marché mondial, nous avons un système de deux équations :

la première est celle de la rentabilité  $R_{it}$ , tandis que la deuxième représente le risque  $\beta$ .

- La rentabilité des marchés  $R_{it}$  est donnée par l'équation observée « observation equation » :

$$R_{i,t} = \alpha_i + (\bar{\beta} + \beta_{v1,t})R_{Mt} + \eta_t \quad (1)$$

$\eta_t$  est le vecteur des erreurs de mesure ou bruit, il s'agit du résidu de l'équation de la rentabilité.

$\bar{\beta}$  et  $\beta_{v1,t}$  sont respectivement la partie fixe et la partie variable du coefficient  $\beta$ .

$\beta_{v1,t}$  est supposé suivre un processus AR(1) (équation de transition) ;

$R_{it}$  est la rentabilité d'un marché émergent représenté par l'indice IFCG ;

$R_{jt}$  est la rentabilité du marché mondial, représentée par l'indice monde.

- La part variable du coefficient  $\beta$ , soit  $B_{v1,t}$  est donnée par la deuxième équation qu'on qualifie d'équation de transition « transition equation ».

$$\beta_{v1,t} = \delta\beta_{v1,t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$\varepsilon_t$  est le résidu de l'équation de transition ou vecteur des innovations.

D'où le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} R_{i,t} = \alpha_i + (\bar{\beta} + B_{v1,t})R_{Mt} + \eta_t \\ B_{v1,t} = \delta\beta_{v1,t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

De nombreuses études ont posé l'hypothèse de convergence du coefficient  $\beta$  vers une moyenne : Rosenberg (1973), Bos et Newbold (1984)<sup>(5)</sup>. Ces derniers ont estimé le risque systématique, tel qu'il est évoqué dans le système ci-dessus, avec une représentation du  $\beta$  donnée par l'équation (2), soit  $\beta_{v1,t} = \delta\beta_{v1,t-1} + \varepsilon_t$ ,  $\alpha$  appartenant à l'intervalle  $[-1; 1]$ . Dans le cas où  $\alpha$  est supérieur à 0, le coefficient  $\beta$  s'ajustera automatiquement à sa valeur « constante ».

La vérification de cette première hypothèse sur les deux principales régions émergentes Asie et Amérique latine donne les résultats résumés par le tableau 1 :

**Tableau 1 : Hypothèse d'un choc ponctuel à effets transitoires  
Application aux régions « Amérique latine » et « Asie du Sud Est »**

Markets	Latin America			
	$\bar{\beta}$	$B_{v1,t}$	$R^2$ (%)	Log likelihood
Argentine	2.36	-	9.54	67.04
Brésil	1.34	-	13.11	58.56
Chili	0.78	-	10.76	111.93
Mexique	1.37	-	22.74	113.41
Venezuela	-	-	1.51	52.42
		1.03		
Markets	Asia			
	$\bar{\beta}$	$B_{v1,t}$	$R^2$ (%)	Log likelihood
Corée	1,30	-	14.83	75.58
Indonésie	1,74	-	16.01	68.99
Malaisie	1,71	-	21.59	93.77
Pakistan	-	0,64	1.12	90.55
Philippines	1,63		23.55	105.14
Taiwan	1,30		27.88	72.83
Thaïlande	1,84		22.92-	84.28

Seuls sont affichés les coefficients significatifs au seuil de 5%

Au niveau de l'équation observée qui est celle de la rentabilité : une nette différence est observée entre les régions.

- Le résultat obtenu ne permet pas de valider la variabilité du coefficient  $\beta$  dans les régions d'Amérique latine et d'Asie : en effet, le coefficient  $\beta_{v1,t}$  (qui correspond à la partie variable du  $\beta$ ,  $\bar{\beta}$  étant la partie fixe) est non significatif dans presque toutes les équations, à l'exception du

<sup>5</sup> Le modèle estimé par Bos et Newbold est le modèle de retour vers la moyenne « mean reverting model ».

Pakistan et du Venezuela. Par contre, le coefficient  $\bar{\beta}$  est significatif dans tous les marchés des deux régions(6).

➤ Le coefficient  $\beta_{v,t}$  est cependant significatif dans tous les marchés de l'Europe de l'Est : Hongrie, Pologne, Russie, République Tchèque et Slovaquie

(cf. Tableau 2).

**Tableau 2: Hypothèse d'un choc ponctuel à effets transitoires :  
Application à la région « Europe »**

	<b>Grèce</b>	<b>Hongrie</b>	<b>Pologne</b>
$\bar{\beta}$	2,30	1,22	7,96
$\beta_{v,t}$	-	0,28	-6,70
	<b>Rép. Tchèque</b>	<b>Russie</b>	<b>Slovaquie</b>
$\bar{\beta}$	-	3,01	-
$\beta_{v,t}$	0,83	-	-0,09

Pour les trois premiers marchés, qui se caractérisent entre autre par des résultats statistiques significatifs ( $R^2$  de 28% pour la Hongrie, 41% pour la Pologne, 27% pour la Russie), aussi bien la partie variable que la partie fixe du  $\beta$  est significative

La partie variable du  $\beta$  (est significative) suit un processus AR(1) pour le Venezuela, le Pakistan, la Hongrie et la Pologne.

Cette fixité du coefficient  $\beta$  dans les régions d'Asie et d'Amérique latine nous permet de tirer une conclusion qui est celle de la stabilité de la volatilité pour les marchés qui ont atteint un certain degré de maturité, contrairement aux marchés de l'Europe de l'Est dont l'essor est encore assez récent.

Suite à ces résultats, nous avons émis une autre hypothèse qui est celle de la persistance des chocs sur la volatilité de manière indéfinie, soit le  $\beta$  suit un processus de marche au hasard.

Dans cette deuxième hypothèse, le coefficient  $\beta$  est uniquement variable.

### **3.2 Hypothèse d'un choc indéfini à effets permanents**

Une seconde formulation simplifiée limite la pente de la droite à une seule partie variable, elle suppose que le coefficient  $\beta$  suit une marche au hasard (Hypothèse  $H_2$ ).

Dans ce deuxième cas, le coefficient  $\beta$  n'est plus décomposé en partie fixe et partie variable. Il varie dans le temps et suit un processus de marche au hasard(7).

Kantor (1971) et Fisher et Kamin (1971) ont souligné que le coefficient  $\beta$  suit une marche au hasard et ont fait appel à cette modélisation.

<sup>6</sup> à l'exception du Pakistan et du Venezuela

<sup>7</sup> L'erreur est gaussienne, avec une moyenne nulle et une variance constante. Szeto (1973) a utilisé le même modèle avec un paramètre d'erreur datant de n-1 et non de n.

Sunder (1980) et Lamotte & McWhorter (1978) ont développé des tests statistiques paramétriques pour tester si le coefficient  $\beta$  suit vraiment une marche au hasard.

Cette hypothèse nous permet de définir le système d'équations(8) ci-dessous, la première équation est celle de la rentabilité, tandis que la deuxième représente le  $\beta$  :

$$\begin{cases} R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{v2,t}R_{Mt} + \eta_t \\ \beta_{v2,t} = \delta\beta_{v2,t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

L'application du modèle sur les trois régions nous donne les résultats ci-après :

**Tableau 3 : Hypothèse d'un choc indéfini à effets permanents :**  
*Application aux régions « Amérique latine » et « Asie »*

Marchés	Région Amérique latine		
	$\beta_{v2,t}$	$R^2$ (%)	Log de vraisemblance
Argentine	0,96	6,03	64,99
Brésil	1,92	16,04	52,88
Chili	0,92	23,70	138,97
Mexique	1,80	28,02	111,93
Venezuel a	-	-	-
Corée	2,22	20,84	64,99
Indonésie	3,17	26,98	65,66
Malaisie	1,72	30,02	97,88
Pakistan	-	-	-
Philippine s	1,65	28,78	105,66
Taiwan	1,30	18,13	90,93
Thaïlande	2,83	33,40	87,30

Contrairement au cas de choc ponctuel à effets transitoires, le modèle de choc indéfini à effets permanents donne des résultats plus satisfaisants dans la région d'Asie du Sud Est.

Nous pouvons conclure que dans le cas où le coefficient  $\beta$  est variable, il suivra un modèle de marche au hasard.

Le modèle a été applicable à quatre marchés latino-américains (Argentine, Brésil, Chili (10%), Mexique) ; six asiatiques (Corée, Indonésie, Malaisie, Philippines, Taiwan, Thaïlande) et trois européens (Hongrie, Pologne et Russie). Pour ces derniers, les coefficients  $\beta$  sont respectivement de 1,62 ; 2,20 et 3,00.

L'étude comparative des coefficients  $\beta$  obtenus par la méthode du filtre de Kalman nous montre la supériorité des coefficients  $\beta$  obtenus par l'hypothèse H2, à l'exception de quelques marchés tels que la Malaisie, les Philippines, Taiwan et la Russie pour lesquels les deux catégories de  $\beta$  : la partie fixe représentée par  $\bar{\beta}$  (hypothèse H1) et le  $\beta$  variable  $\beta_{v2,t}$  (hypothèse H2) sont sensiblement égales.

<sup>8</sup> Ce système d'équations suppose que la volatilité suit une marche au hasard.

---

Ainsi, nous pouvons conclure que dans la plupart des marchés de la région Asie du Sud Est et Amérique latine, le coefficient  $\beta$ , dans le cas où il est variable, suit un processus de marche au hasard. Il est alors plus élevé que la moyenne constante représentée par  $\bar{\beta}$ . Cette conclusion reflète la réalité des marchés où risque variable et risque élevé vont de pair.

## Conclusion

Par la diversité des résultats obtenus, le modèle du filtre de Kalman nous montre la difficulté de mesure du coefficient  $\beta$ . Son intérêt est cependant non négligeable et l'emporte sur les difficultés liées à sa mise en œuvre.

Cette étude nous a permis de tester deux hypothèses fondamentales, notamment dans le cas des marchés émergents qui sont en perpétuelle évolution. La première stipule que les marchés subissent un choc ponctuel mais dont l'effet n'est que transitoire, avec un retour vers la moyenne du  $\beta$  par la suite. Dans cette hypothèse, le  $\beta$  est scindé en partie fixe  $\bar{\beta}$  et en partie variable  $\beta_{v,t}$ .

Dans la deuxième hypothèse, le choc est à effets permanents, entraînant une déviation du  $\beta$  de la moyenne. Ce dernier est alors entièrement variable et suit un processus de marche au hasard. Les résultats obtenus mettent en évidence la similarité entre l'Asie et l'Amérique latine : pour la plupart des marchés des deux régions, seule la partie fixe du  $\beta$  est significative lors de l'application de la première hypothèse. En testant la deuxième hypothèse, nous constatons que le coefficient  $\beta$ , dans le cas où il est variable, suit un processus de marche au hasard. Il est alors plus élevé que  $\bar{\beta}$ .

Au niveau de l'Europe, le résultat est différent de ceux des autres régions. Notons le cas de la Hongrie et la Pologne où aussi bien la partie variable que la partie fixe du  $\beta$ , sont significatives dans la première hypothèse.

Il est important de souligner que l'application de la deuxième hypothèse a permis d'obtenir des résultats significatifs sur un grand nombre de marchés.

Ainsi, nous concluons que les marchés émergents se caractérisent par la fluctuation de leur risque, une fluctuation qui est plus importante au niveau des marchés européens que l'on peut considérer comme plus « jeunes ».



---

## Bibliographie

- Blume M.E. (1971), "On the assessment of risk", *Journal of Finance*, vol.24, n°1, pp.1-10
- Blume M.E. (1975), "Betas and their regression tendencies", *Journal of Finance*, vol.30, n°3, pp.785-795
- Bos T. et Newbold P. (1984), "An empirical investigation of the possibility of stochastic systematic risk in the market model", *Journal of Business*, vol.57, n°1, pp.35-41
- Carraro C. (1985), "Regression and Kalman Filter : Methods for Time-Varying Econometric Models", *Princeton Economic Research Program Memoranda*, n°320, Princeton University, 58p.
- Gourieroux et Monfort, *Séries temporelles et modèles dynamiques*, 2ème édition, Economica, Coll. « économie et statistiques avancées » Paris, 569 p.
- Jang H. et Sul W. (2002), "The Asian financial crisis and the co-movement of Asian stock markets", *Journal of Asian Economics*, vol.13, pp.94-104
- Kalman R.E. (1960), "A new approach to linear filtering and prediction problems", *Journal of Business Engineering*, ASME Transactions, Series D, vol.82, pp.35-41
- Lii-Tarn C.C., James C.H. et Chien-fu Jeff, L. (2000), "Do Bubbles and Time-Varying Risk Premia affect Stock Prices ? A Kalman filter approach", *Global Business and Economics Review*, vol.2, n°2, pp.159-171
- Najim M. (1988), *Modélisation et identification en traitement du signal*, Masson, Paris, 185p.
- Racicot F-E. et Théoret R., (2005), « Quelques applications du filtre de Kalman en finance : estimation et prévision de la volatilité stochastique et du rapport cours - bénéfice », RePAD Working Paper, n°0312005, 22p.
- Wells C. (1996), *The Kalman Filter in Finance*, Studies in Operational Regional Science, Kluwer Academic Publishers, 169p
- West M. et Harrison P.J., *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*, 2ème édition, Springer, New York.

